



Répondre sur cette feuille

Ex 1 : On considère la courbe représentative C_f d'une fonction f .

1) En utilisant cette représentation graphique, déterminer :

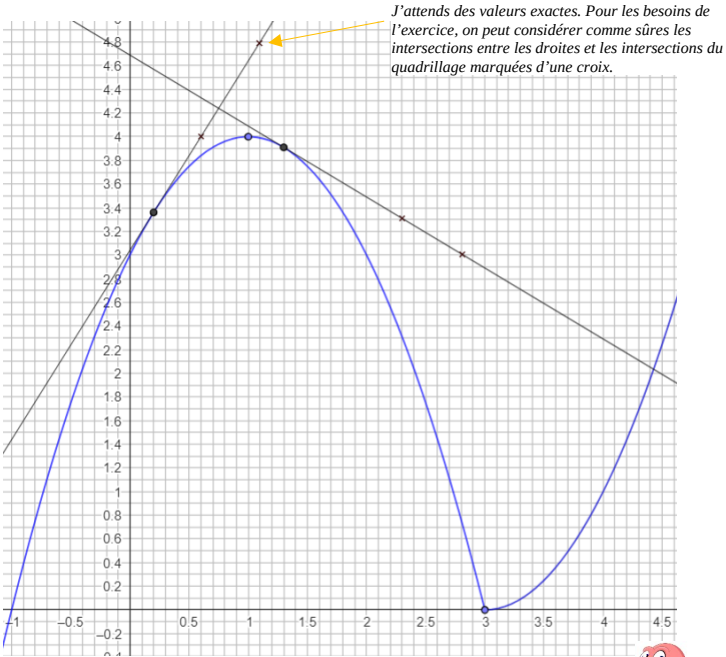
$f'(0,2)$

$f'(1)$

$f'(1,3)$

$f'(3)$

2) Déterminer l'équation exacte de la tangente à la courbe au point A(1,3;3,9).



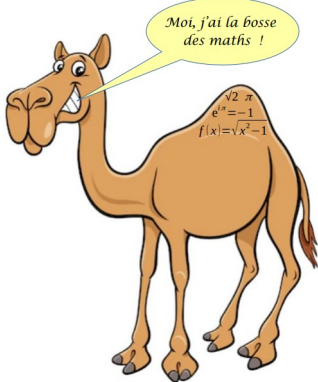
3) Existe-t-il un réel $\alpha \in [-1;0]$ tel que $f'(\alpha) = -2$? Si oui, déterminer ce(s) réel(s).

Ex 2 : Dans chacun des cas, calculer la dérivée, en indiquant sur quel ensemble vos calculs sont valables.

Fonctions	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f : x \mapsto (2x-1) \times (x^3-4)$		
2) $f : x \mapsto \frac{x-3}{\sqrt{x}}$		
3) $f : x \mapsto \frac{x}{x^2-4}$		
4) $f : x \mapsto \sqrt{3x-5}$		
5) $f : x \mapsto \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)^7$		

On considère le programme Python ci-dessous

```
1 from math import sqrt
2 def g(x):
3     return((x**2+1)/(sqrt(x)))
4 def mystere(a):
5     t1=0
6     h=10**(-1)
7     t2=(g(a+h)-g(a))/h
8     p=1
9     while abs(t2-t1)>0.0001:
10        p=p+1
11        t1=t2
12        h=10**(-p)
13        t2=(g(a+h)-g(a))/h
14    return(t2)
15 print(mystere(4))
```



1) Définir la fonction g

2) a) Compléter les cases manquantes du tableau ci-dessous présentant les différentes étapes du programme.

	t1	h	t2	p	abs(t2-t1)
Étape avant la boucle		10^{-1}	2.957320581644	...	2.957320581644
Tour de boucle 1	2.957320581644	...	...	2	0.017829418284
Tour de boucle 2	2.93949116336	...	...	3	0.00179196
Tour de boucle 3	2.9376992083	...	2.93751992	4	0.00017929
Tour de boucle 4	2.93751992	...	2.93750201	5	0.00001791

b) Pourquoi n’y a-t-il pas un 5ème tour de boucle ?

c) Indiquer le résultat retourné par ce programme.

d) Expliquer ce que fait la fonction mystère.

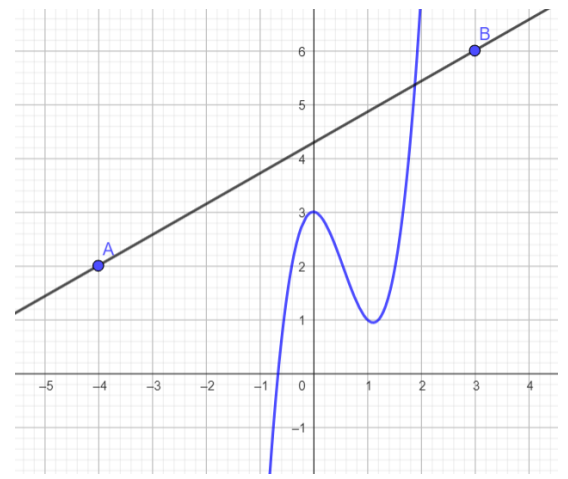
3) Retrouver ce résultat en calculant la dérivée de la fonction g .

4) En utilisant la fonction mystère, écrire un programme python (de deux lignes) affichant les dix nombres dérivés $g'(1), g'(2), ..., g'(10)$.

Ex 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^3-5x^2+3$

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer la fonction dérivée de f .



2) Déterminer par le calcul les abscisses des points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite (AB).

3) a) Conjecturer le nombre de tangentes à la courbe passant par C(3;3).

b) Soit $M(m, f(m))$ un point de la courbe . Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point M.

c) Déterminer pour quelles valeurs de m les tangentes passent par C(3;3).

d) Que peut-on alors dire de la conjecture faite précédemment ?

Correction :

Ex 1 :

- 1) $f'(0,2)=1,6$ $f'(1)=0$ $f'(1,3)=-0,6$ $f'(3)$ impossible
- 2)
- $$y=f'(1,3)(x-1,3)+f(1,3) \Leftrightarrow y=-0,6(x-1,3)+3,9$$
- $$\Leftrightarrow y=-0,6x+0,78+3,9$$
- $$\Leftrightarrow y=-0,6x+4,68$$
- 3) Non, car la fonction est croissante sur cet intervalle.

Ex 2 :

Fonctions	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f : x \mapsto (2x-1) \times (x^3-4)$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=8x^3-3x^2-8$
2) $f : x \mapsto \frac{x-3}{\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$	$f'(x)=\frac{x+3}{2x\sqrt{x}}$
3) $f : x \mapsto \frac{x}{x^2-4}$	$\mathbb{R} \setminus [-2;2]$	$f'(x)=\frac{-(x^2+4)}{(x^2-4)^2}$
4) $f : x \mapsto \sqrt{3x-5}$	$\left] \frac{5}{3}; +\infty \right[$	$f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x-5}}$
5) $f : x \mapsto \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \right)^7$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=\frac{7}{3} \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \right)^6$

Ex 3 :

- 1) $g(x)=\frac{x^2+1}{\sqrt{x}}$
- 2) a) Compléter les cases manquantes du tableau ci-dessous présentant les différentes étapes du programme.
- | | t1 | h | t2 | p | abs(t2-t1) |
|----------------|----------------|-----------|----------------|---|----------------|
| Étape initiale | 0 | 10^{-1} | 2.957320581644 | 1 | 2.957320581644 |
| Étape 1 | 2.957320581644 | 10^{-2} | 2.93949116336 | 2 | 0.017829418284 |
| Étape 2 | 2.93949116336 | 10^{-3} | 2.9376992083 | 3 | 0.00179196 |
| Étape 3 | 2.9376992083 | 10^{-4} | 2.93751992 | 4 | 0.00017929 |
| Étape 4 | 2.93751992 | 10^{-5} | 2.93750201 | 5 | 0.00001791 |

b) $\text{abs}(t2-t1)<0,0001$, donc la condition de la boucle while n'est plus vérifiée

d) Ce programme retourne une valeur approchée de $g'(5)$ à 0,0001 près.

$$3) g'(x)=\frac{(x^2+1)'\sqrt{x}-(x^2+1)(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}=\frac{2x\sqrt{x}-(x^2+1)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{4x^2-(x^2+1)}{2\sqrt{x}}\times\frac{1}{x}=\frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$$

On obtient alors : $g'(4)=\frac{47}{16}=2,9375$

4)

16	for i in range(1,11):
17	print(mystere(i))

Ex 4 :

1) f est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = 9x^2 - 10x$.

2) (AB) a pour coefficient directeur $\frac{4}{7}$.

On doit donc résoudre l'équation :

$$f'(x) = \frac{4}{7} \Leftrightarrow 9x^2 - 10x = \frac{4}{7} \Leftrightarrow 63x^2 - 70x - 4 = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x_1 = \frac{35 - \sqrt{1477}}{63} \text{ et } x_2 = \frac{35 + \sqrt{1477}}{63}$$

C'est à dire : $x_1 \approx -0,054$ or $x_2 \approx 1,166$

3) a) Il semble qu'il y ait 2 tangentes.

$$b) y = f'(m)(x-m) + f(m) \Leftrightarrow y = (9m^2 - 10m)(x-m) + 3m^3 - 5m^2 + 3$$

c)

$$\begin{aligned} 3 &= (9m^2 - 10m)(3-m) + 3m^3 - 5m^2 + 3 & \Leftrightarrow & 0 = (9m^2 - 10m)(3-m) + 3m^3 - 5m^2 \\ & & \Leftrightarrow & 27m^2 - 9m^3 - 30m + 10m^2 + 3m^3 - 5m^2 = 0 \\ & & \Leftrightarrow & -6m^3 + 32m^2 - 30m = 0 \\ & & \Leftrightarrow & 3m^3 - 16m^2 + 15m = 0 \\ & & \Leftrightarrow & m(3m^2 - 16m + 15) = 0 \\ & & \Leftrightarrow & m = 0 \text{ ou } 3m^2 - 16m + 15 = 0 \\ & & \Leftrightarrow & m = 0 \text{ ou } m = \frac{8 - \sqrt{19}}{3} \text{ ou } m = \frac{8 + \sqrt{19}}{3} \quad (\text{après calcul de } \Delta) \end{aligned}$$

d) La conjecture est fausse. Il y a en fait 3 tangentes.